

色散有损介质土壤对电磁回波影响的 不确定性分析研究

张志勇¹,程曦²

(1. 新疆农业大学电子信息科学与技术系,新疆乌鲁木齐 830052; 2. 新疆农业大学物联网工程系,新疆乌鲁木齐 830052)

摘要: 不确定性分析是量化不确定性从而获得统计特性的过程。在数值模拟中,均值、标准差等统计特性是评价数值仿真结果是否合理的重要依据。针对探地雷达系统建模仿真输出结果的不确定性,本文提出一种改进的不确定性分析方法。该方法结合辅助微分方程时域有限差分法与广义多项式混沌展开方法,对色散有损土壤模型的不确定参数所引起的仿真输出结果的不确定性进行量化表征,从而得到输出结果的不确定度。与传统不确定性分析方法蒙特卡洛方法相比,该方法计算效率更高,显著降低计算成本。

关键词: 探地雷达; 色散有损土壤; 嵌入式不确定性分析

中图分类号: O441.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2021)03-0614-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20200104

Uncertainty Analysis of the Influence of Dispersive and Lossy Soil on Electromagnetic Wave Propagation

ZHANG Zhi-yong¹, CHENG Xi²

(1. Department of Electronic Information Science and Technology, Xinjiang Agricultural University, Urumqi, Xinjiang 830052, China;

2. Department of Internet of things Engineering, Xinjiang Agricultural University, Urumqi, Xinjiang 830052, China)

Abstract: This paper proposes an improved intrusive generalized polynomial chaos expansion (gPCE) method for uncertainty quantification (UQ) in ground penetrating radar (GPR) modeling. The uncertainty in simulation results induced by the uncertain parameters of dispersive and lossy soil is quantified with the auxiliary differential equation (ADE) finite-difference time-domain (FDTD) method combined with gPCE. To avoid the curse of dimensionality in modeling complex systems, the combination of uncertainties is incorporated into the new method to evaluate the interval of the uncertainty of the output. The results from the new method are compared against traditional UQ method Monte Carlo method (MCM). The new method shows its considerable advantage in the computational expense and speed.

Key words: ground penetrating radar; dispersive and lossy soil; uncertainty analysis

1 引言

探地雷达因可利用天线所发射的高频电磁脉冲对介质内部目标的特性或分布规律进行研究而得到广泛应用^[1-3]。人们采用了大量不同的数值方法对探地雷达 (Ground Penetrating Radar, GPR) 系统建模仿真^[3]。在这些数值模拟技术中,时域有限差分法 (Finite Difference Time Domain, FDTD)^[4,5] 以其易于实现,且可以对色散、有损介质进行建模仿真而成为常用方法之一。

另一方面,由于电磁脉冲在传输和反射过程中,介质特性参数集会影响探地雷达系统的电磁脉冲特性,进而影响探测目标的特性或分布规律的测量。在数值模拟仿真中,由于对输入参数(如土壤的介电特性)缺乏准确掌握,导致数值仿真输出结果中存在不确定性。为了对输出结果的置信度进行定量化表征^[6-8],通常人们采用蒙特卡洛方法 (Monte Carlo Method, MCM) 进行不确定性分析,该方法是一种被学术界以及工业界普遍认可的不确定性分析方法^[6],但

其局限性在于其收敛速度慢,往往需要执行数千次的计算,计算成本较高.针对此问题,有学者提出采用广义多项式混沌展开(generalized Polynomial Chaos Expansion, gPCE)^[6-8]的方法来量化结果中的不确定度.目前,有关广义多项式混沌展开的研究大多集中于非嵌入式不确定性分析方法,此类方法在实现过程中均需要执行若干次计算或程序.为提高计算效率,尝试通过一次计算即可得到计算模型输出结果不确定度的嵌入式广义多项式混沌展开法的研究就显得尤为必要.

本文针对色散、有损二维德拜土壤模型的不确定参数引起的探地雷达仿真输出结果的不确定性问题,提出将辅助微分方程时域有限差分法(Auxiliary Differential Equation Finite-Difference Time-Domain, ADE-FDTD)与广义多项式混沌展开法(gPCE)相结合进行不确定性分析.

2 方法构建与原理

2.1 广义多项式混沌展开

由于数值计算模型输出结果的不确定性是由其随机输入参数在电磁场的作用下所产生,因此,在输出结果的不确定度分析中可从电磁场的角度作为切入点^[7].本文利用广义多项式混沌展开,在时域当中将电磁场展开为正交基函数 ψ_a 的截断求和,其中 a 为多项式混沌的阶数.例如,在一维时域有限差分法中磁场强度 H 的展开式可以表示成式(1)^[7]:

$$H|_i^n(k, \theta) = \sum_{a=0}^P h_a|_i^n(k) \psi_a(\theta) \quad (1)$$

式中 $h_a|_i$ ($i=x, y, z$) 为加权系数, n 是时间步长, k 是空间步长, $P+1$ 是多项式项数. 多项式基函数的形式取决于随机变量 θ 的假设分布.

磁场强度 H 的均值 $\overline{H|_i}$ 可由式(2)得到^[7]:

$$\overline{H|_i} = \sum_{a=0}^P h_a|_i \langle \psi_a, \psi_0 \rangle = h_0|_i \quad (2)$$

式中 $h_a|_i$ 为时域中磁场强度 H 的多项式混沌展开式第 a 项的加权系数; $\langle \psi_a, \psi_0 \rangle$ 表示正交基函数 ψ_a 与 ψ_0 的正交乘积; $h_0|_i$ 表示磁场强度 H 的多项式混沌展开式第1项的加权系数,即 $a=0$ 时所对应的项.

因此,磁场强度均值 $\overline{H|_i}$ 和的平方即可表示为式(3)^[7]:

$$\sum [H|_i]^2 = \sum_{a=0}^P h_a^2|_i \langle \psi_a, \psi_a \rangle \quad (3)$$

广义多项式混沌展开法的关键在于展开式中常数系数 $h_a|_i$ 的计算.当求解得到加权常数之后,即可得到输出场强的均值、不确定度,以及其他统计特性参数.

2.2 广义多项式混沌展开嵌入到辅助微分方程时域有限差分法的设计与实现

本文基于R S Edwards等研究^[7],在模拟计算色散有损介质内输出结果不确定度时对其所概述的方法进行了改进优化.研究中,土壤被认为是一种非磁性介质,其介电常数与频率有关,并且将其建模为具有静态电导率 σ_s 的二维德拜模型.二维德拜模型的相对介电常数 ε_r 由式(4)给出^[1]:

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{p=1}^2 \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)A_p}{1 + j\omega\tau_p} + \frac{\sigma_s}{j\omega\varepsilon_0} \quad (4)$$

式中 ε_∞ 表示当角频率 ω 为无穷大时土壤介电常数, ε_s 表示静态介电常数, A_p 表示极点振幅, τ_p 表示弛豫时间, 上述参数取值可参考F L Teixeira等研究^[1], ω 是角频率, ε_0 是自由空间中电介质常数.

在辅助微分方程时域有限差分法求解的迭代过程中,将各向异性完全匹配层(Uniaxial Perfectly Matched Layer, UPML)作为吸收边界条件.针对二维情况,电场 $E|_z$ 的第一辅助变量 $L|_z(\omega)$ 由式(5)给出:

$$L|_z(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \frac{W_i}{W_z} E|_z \quad (5)$$

式中 W_i 与法平面相关联,其中, i 可以为 x, y, z ,并且 W_i 的函数形式由式(6)给出^[5]:

$$W_i = s_i + \frac{\sigma_i}{j\omega\varepsilon_0} \quad (6)$$

有关 s_i 与 σ_i 的详细说明可参阅A Taflove等论著^[5].第二辅助变量 $D|_z(\omega)$ 如式(7):

$$D|_z(\omega) = \varepsilon_r(\omega) E|_z \quad (7)$$

第三辅助变量 $R_p|_z(\omega)$ 由式(8)给出:

$$R_p|_z(\omega) = j\omega \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)A_p}{1 + j\omega\tau_p} E|_z \quad (8)$$

由于色散有损介质模型的相关参数是通过测量获得,由于测量工具的精度,测量过程的误差,以及其他因素等致使这些模型参数均含有一定的不确定性.实际数值仿真中,准确的输入参数是无法得到的^[6].假如在相对介电常数中 $\varepsilon_r(\omega, \theta)$ 含有不确定输入参数,并且这些参数会在求解过程中产生不确定性,那么在时域更新方程中应用广义多项式混沌展开即可对输出结果中的不确定度实现量化.利用广义多项式混沌展开可将上述时域电场强度 $E|_z$ 的辅助变量可展开为:

$$L|_z^n(n_x, n_y, \theta) = \sum_{a=0}^P l_a|_z^n(n_x, n_y) \psi_a(\theta) \quad (9)$$

$$D|_z^n(n_x, n_y, \theta) = \sum_{a=0}^P d_a|_z^n(n_x, n_y) \psi_a(\theta) \quad (10)$$

$$R_p|_z^n(n_x, n_y, \theta) = \sum_{a=0}^P r_{pa}|_z^n(n_x, n_y) \psi_a(\theta) \quad (11)$$

式中 $l_a|_z, d_a|_z, r_{pa}|_z$ 分别是 $L|_z, D|_z, R_p|_z$ 的广义

多项式混沌展开系数, n_x 与 n_y 分别为沿 x, y 轴方向上的空间步长. 将式(9) ~ (11) 带入更新方程可得到广义多项式混沌展开系数, 更新方程见式(12) ~ (15):

$$\begin{aligned} \sum_{a=0}^P l_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) \psi_a(\theta) &= \sum_{a=0}^P \left\{ \frac{2\varepsilon_0 s_x - \sigma_x \Delta t}{2\varepsilon_0 s_x + \sigma_x \Delta t} \right. \\ &\cdot l_a |z|^n(n_x, n_y) \psi_a(\theta) + \frac{2\varepsilon_0 \Delta t}{2\varepsilon_0 s_x + \sigma_x \Delta t} \\ &\cdot \left[\frac{1}{\Delta x} (h_a |y|^{n+\frac{1}{2}}(n_x + \frac{1}{2}, n_y) \right. \\ &- h_a |y|^{n+\frac{1}{2}}(n_x - \frac{1}{2}, n_y)) \\ &- \frac{1}{\Delta y} (h_a |x|^{n+\frac{1}{2}}(n_x, n_y + \frac{1}{2}) \\ &- h_a |x|^{n+\frac{1}{2}}(n_x, n_y - \frac{1}{2})) \left. \right] \psi_a(\theta) \left. \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sum_{a=0}^P d_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) \psi_a(\theta) &= \sum_{a=0}^P \left\{ \left[\frac{2\varepsilon_0 s_y - \sigma_y \Delta t}{2\varepsilon_0 s_y + \sigma_y \Delta t} \right. \right. \\ &\cdot d_a |z|^n(n_x, n_y) + \frac{2}{2\varepsilon_0 s_y + \sigma_y \Delta t} \\ &\cdot (l_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) - l_a |z|^n(n_x, n_y)) \left. \right] \psi_a(\theta) \left. \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sum_{a=0}^P e_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) \psi_a(\theta) &= \sum_{a=0}^P \left\{ \left[e_a |z|^n(n_x, n_y) \right. \right. \\ &- \frac{4\varepsilon_0 \Delta t \tau_1(\theta)(2\tau_2(\theta) + \Delta t)}{C} r_{1a} |z|^n(n_x, n_y) \\ &- \frac{4\varepsilon_0 \Delta t \tau_2(\theta)(2\tau_1(\theta) + \Delta t)}{C} r_{2a} |z|^n(n_x, n_y) \\ &+ \frac{2\varepsilon_0(2\tau_1(\theta) + \Delta t)(2\tau_2(\theta) + \Delta t)}{C} \\ &\cdot (d_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) - d_a |z|^n(n_x, n_y)) \left. \right] \psi_a(\theta) \left. \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sum_{a=0}^P r_{pa} |z|^{n+1}(n_x, n_y) \psi_a(\theta) &= \sum_{a=0}^P \left\{ \left[\frac{2\tau_p(\theta) - \Delta t}{2\tau_p(\theta) + \Delta t} \right. \right. \\ &\cdot r_{pa} |z|^n(n_x, n_y) + \frac{2(\varepsilon_s(\theta) - \varepsilon_\infty(\theta))A_p(\theta)}{2\tau_p(\theta) + \Delta t} \\ &\cdot (e_a |z|^{n+1}(n_x, n_y) - e_a |z|^n(n_x, n_y)) \left. \right] \psi_a(\theta) \left. \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} C &= (2\varepsilon_0 \varepsilon_\infty(\theta) + \sigma_s(\theta) \Delta t)(2\tau_1(\theta) \\ &+ \Delta t)(2\tau_2(\theta) + \Delta t) \\ &+ 2\varepsilon_0 \Delta t(\varepsilon_s(\theta) - \varepsilon_\infty(\theta)) \\ &\cdot (A_1(\theta)(2\tau_2(\theta) + \Delta t) \\ &+ A_2(\theta)(2\tau_1(\theta) + \Delta t)) \end{aligned}$$

式中 $\Delta x, \Delta y$ 分别是沿 x, y 轴方向上的采样宽度, Δt 是时间间隔. 通过对式(12) ~ (15) 两边取内积, 可得广义多项式混沌展开系数. 同理, 对于磁场分量 $H|_x, H|_y$ 的广义多项式混沌展开系数亦通过上述过程求解即可. 然后, 结合式(2)和式(3), 使用这些常系数即可求解计算均值, 方差以及其他统计特性数据. 上述讨论即为嵌入式多项式混沌展开法, 其概述了在辅助微分方程时域有限差分法的迭代过程中如何求解广义多项式混沌展开系数的过程.

2.3 合成不确定度

在 R S Edwards 等的研究^[7]中, 计算过程所涉及的不确定参数其最大数量只有三个. 通常在对复杂系统建模仿真时需要更多的输入参数, 当输入参数数量增加时, 其计算过程就会发生维数灾难, 这使得广义多项式混沌展开法应用受到了局限. 根据测量标准^[9], 模型输出结果的总体不确定度 Σ_c 可以按照式(16)进行估算^[9]:

$$\Sigma_c^2 \approx \sum_{q=1}^N \Sigma_q^2 + 2 \sum_{q=1}^{N-1} \sum_{q'=q+1}^N [\Sigma_q \Sigma_{q'} \rho(\theta_q, \theta_{q'})] \quad (16)$$

式中 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}^T \in \mathbf{R}^N$ 为随机变量, Σ_q 与 $\Sigma_{q'}$ 分别表示由随机变量 θ_q 与 $\theta_{q'}$ 引起的输出结果中包含的不确定度, $-1 \leq \rho(\theta_q, \theta_{q'}) \leq 1$ 为随机变量 θ_q 与 $\theta_{q'}$ 的相关系数.

在实际情况中, 随机变量之间的相关系数 $\rho(\theta_q, \theta_{q'})$ 很难通过测量获得, 输出结果不确定度的最大值可作为评价模拟仿真结果是否合理的依据.

3 仿真与结果

3.1 模型描述

在本文研究中, 对工作于色散有损介质环境下的探地雷达进行二维建模, 并利用该模型对嵌入式多项式混沌展开法进行验证. 图1所示为二维探地雷达模型. 图中 T_x 与 R_x 分别表示发射机与接收机, 其均被建模为点源. 研究采用 Blackmann-Harris 脉冲作为激励源脉冲^[1], 其函数如式(17)所示:

$$J_z(t) = \begin{cases} -\frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=0}^3 a_n n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T_s}\right), & 0 < t < T_s \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (17)$$

其中, 中心频率 $f_c = 200 \text{ MHz}$, $T_s = 1.55/f_c$, 其它参数可参考 F L Teixeira 等研究^[1].

模型计算域为 $x \times y = 4.00 \times 3.60 \text{ m}$, 并且将其分解为方形单元网格. 空间采样宽度 $\Delta x = \Delta y = \Delta = 5.00 \text{ mm}$. 时间步长 $\Delta t = \Delta x / (2c) = 8.33 \text{ ps}$, 式中 c 表示自由空间中的光速. 发射机与接收机坐标分别为 $(0.80 \text{ m}, 3.05 \text{ m})$, $(2.90 \text{ m}, 3.05 \text{ m})$. 固体金属介质的中心坐标为 $(1.80 \text{ m}, 0.80 \text{ m})$, 其形状为正方形. UPML 的厚度是 10Δ . 德拜模型的相关参数如表1所示.

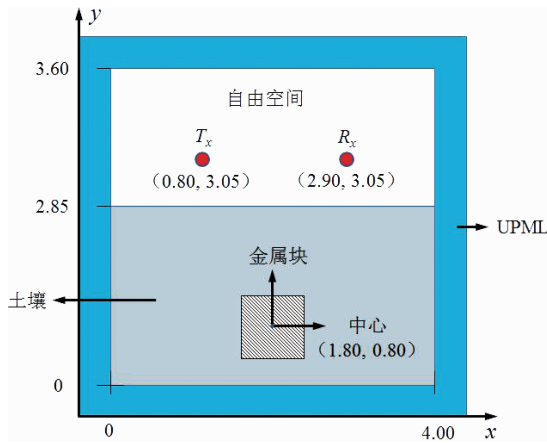


图1 二维探地雷达模型

表 1 色散有损介质模型参数^[1]

湿度	ϵ_∞	σ_s (mS/m)	A_1	A_2	τ_1 (ns)	τ_2 (ns)
2.5%	3.20	0.397	0.75	0.30	2.71	0.108
5%	4.15	1.11	1.80	0.60	3.79	0.151
10%	6.00	2.00	2.75	0.75	3.98	0.251

因表 1 所列数据均通过测量获得,故该组数据结果均存在一定误差(即包含不确定性).图 2 给出了模拟探地雷达工作过程的二维模型在(580Δ,610Δ)点处输出电场分量 $E|_z$ 与随机变量 ϵ_s 的变化关系.图 2 为基于蒙特卡洛方法(MCM)的 60 个采样点绘制而成的曲线.从该结果中可以看出不确定输入参数将会导致输出结果也包含不确定性.因此,对输出结果中所包含的不确定性进行量化研究是必要的.

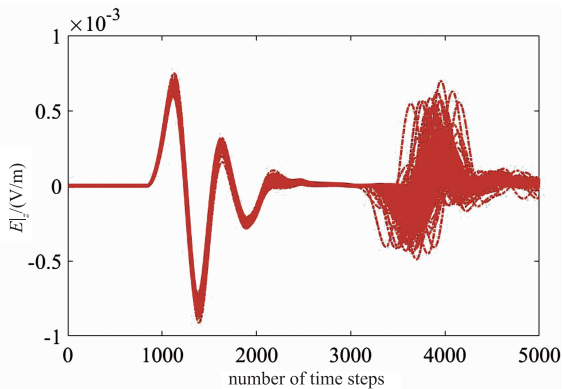
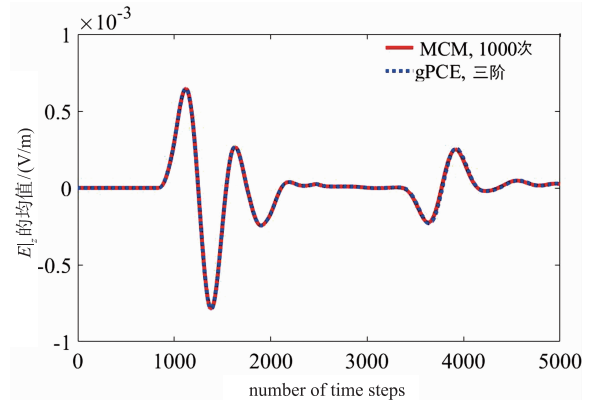


图2 数值仿真结果电场分量 $E|_z$ 随着不确定性输入参数 ϵ_s 的变化而变化

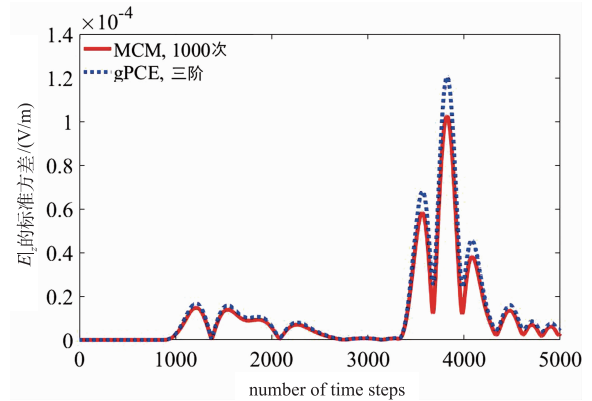
3.2 结果与讨论

当土壤湿度为 2.5%,且在仿真中仅考虑一个符合高斯分布的不确定性输入参数 ϵ_s 时,在 $\epsilon_s = 4.2 \pm 0.21$ 情况下,使用本文所提出改进的嵌入式广义多项式混沌展开(gPCE)方法在(580Δ,610Δ)点处计算得到的电场分量 $E|_z$ 的均值、标准差与使用蒙特卡洛方法

(MCM)计算得出结果较为接近,如图 3 所示.



(a) $E|_z$ 的均值



(b) $E|_z$ 的标准方差

图3 GPR仿真中,存在一个不确定输入参数 ϵ_s 的情况下: $E|_z$ 的均值和标准方差

有关这两种不确定性分析方法的详细关键参数对比如下表 2 所示.

表 2 在色散有损介质中使用 MCM 与嵌入式 gPCE 法进行不确定分析关键性能参数对比

随机变量	分析方法	计算次数	CPU 耗时(单位:s)
ϵ_s	MCM	1000	1046375.60
	嵌入式 gPCE	1	5260.38

蒙特卡洛不确定性分析法在采样过程中使用拉丁超立方抽样^[10].从表 2 可以看出,与蒙特卡洛相比,在取得相近计算结果的情况下,本文提出的新方法能够显著地降低计算成本,提高运算效率.

当不确定性的输入参数增至 7 个,即 $\epsilon_\infty, \epsilon_s, \sigma_s, A_1, A_2, \tau_1$ 和 τ_2 ,且其随机变化均遵循高斯分布规律,每个参数的变化范围均为 5% 以内,输出电场分量 $E|_z$ 的不确定性使用合成不确定度进行计算时,输出结果的总体不确定度曲线如图 4 所示.

当随机变量 θ_q 与 $\theta_{q'}$ 之间相关系数 $\rho(\theta_q, \theta_{q'}) = 1$ 时,得到不确定度的最大值曲线.输出结果的区间可通过合成不确定度计算得到.

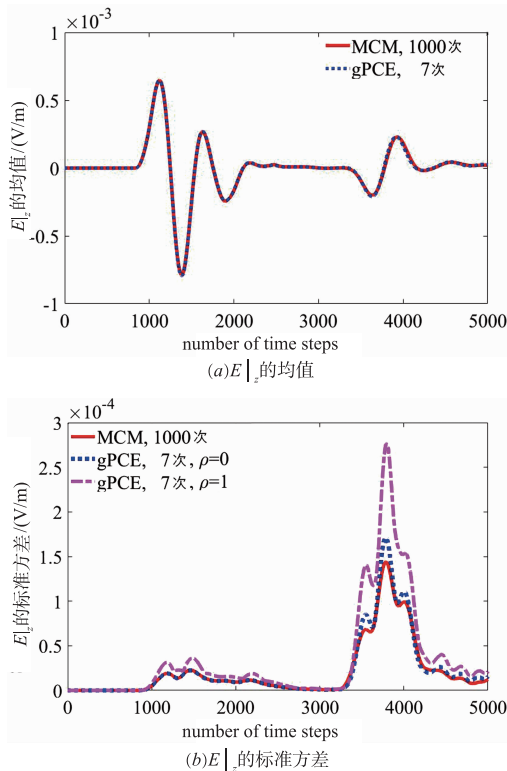


图4 GPR仿真中,存在7个不确定输入参数的情况下: E_z 的均值和标准方差

4 结论

本文提出了一种改进的不确定性分析方法,其在探地雷达系统建模仿真中能够有效地量化输出结果的不确定度.该方法所得计算结果基本与蒙特卡洛方法保持一致,但具有较为明显的运算效率优势,可显著地降低计算成本.其不足之处在于该方法的计算复杂度会随着输入不确定性参数个数的增加而增加,进而产生维数灾难.为此,在输入参数随机扰动较小的情况下,提出应用合成不确定度来获得输出结果不确定度区间.

参考文献

- [1] Teixeira F L, Chew W C, Straka M, et al. Finite-difference time-domain simulation of ground penetrating radar on dispersive, inhomogeneous, and conductive soils [J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 1998, 36(6): 1928 – 1937.
- [2] 张安学, 蒋延生, 汪文秉. 探地雷达频率波数域速度估计和成像方法的实验研究[J]. 电子学报, 2001, 29(3): 315 – 317.
ZHANG An-xue, JIANG Yan-sheng, WANG Wen-bing. Experimental studies on GPR velocity estimation and imaging method using migration in frequency-wavenumber domain [J]. Chinese Journal of Electronics, 2001, 29(3): 315 – 317. (in Chinese)
- [3] Wei X K, Zhang X, Diamanti N, et al. Subgridded FDTD modeling of ground penetrating radar scenarios beyond the Courant stability limit [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(12): 7189 – 7198.
- [4] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1966, 14(5): 302 – 307.
- [5] Taflov A, Hagness S. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method [M]. 2nd ed. Boston, MA, USA: Artech House, 2000.
- [6] Sudret B. Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models contributions to structural reliability and stochastic spectral methods [D]. Clermont-Ferrand, France: Habilitation Diriger des Recherches, Universit Blaise Pascal, 2007.
- [7] Edwards R S, Marvin A C, Porter S J. Uncertainty analyses in the finite-difference time-domain method [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2010, 52(1): 155 – 163.
- [8] Cheng X, Monebhurrun V. Application of different methods to quantify uncertainty in specific absorption rate calculation using a CAD-based mobile phone model [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2017, 59(1): 14 – 23.
- [9] JCGM 100-2008, evaluation of measurement data-guide to the expression of uncertainty in measurement [S].
- [10] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code [J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239 – 245.

作者简介



张志勇 男, 1984年11月出生, 新疆昌吉人. 讲师. 2008年毕业于西安电子科技大学技术物理学院, 获理学学士学位, 其后在长风信息科技集团制导技术研究所从事弹载雷达整机测试工作, 2013年在中国科学院西安光学精密机械研究所获得工学硕士学位. 现为新疆农业大学电子信息科学与技术系专任教师, 主要从事计算电磁学、农业物联网工程及农业信息化等方面的研究工作.

E-mail: jsjzzy@xjau.edu.cn



程曦 女, 1986年7月出生, 新疆塔城人. 讲师. 2009年和2012年在西安电子科技大学分别获得工学学士和工学硕士学位, 其后于2016年在巴黎萨克雷大学获得物理学博士学位. 现为新疆农业大学物联网工程系专任教师, 主要从事计算电磁学和神经网络等方面研究工作.

E-mail: xi.cheng@telecom-paris.fr